

Boole'sche Algebra

 ${\rm Gatter}$

 ${\bf Rechenregeln}$

Minimierung kombinatorischer Schaltungen

Kombinatorische Schaltungen in Verilog

Kombinatorische Schaltungen

► Kombinatorische Schaltungen haben *Eingänge* und *Ausgänge*, und sind zyklusfrei

 Abstraktion: Die Werte der Ausgänge sind durch eine Boole'sche Funktion der Eingänge gegeben

✗ Wirklichkeit: Schaltverzögerung! (später)

Boole'sche Algebra



George Boole (1815 – 1864)

- Zwei Wahrheitswerte: {0,1} (Konstanten)
- ▶ Variablen: $V = \{x, y, z, \ldots\}$
- Boolesche Operatoren:
 ¬, ∧, ∨, →, ↔
 (absteigende Priorität)
- Rechenregeln (später)

Semantik der Boole'schen Algebra

Semantik der Operatoren:

\boldsymbol{x}	y	$\neg x$	$x \wedge y$	$x \vee y$	$x \to y$	$x \leftrightarrow y$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1

Semantik der Boole'schen Algebra

- eine *Belegung* β ist eine Abbildung $\beta \colon V \to \{0,1\}$
- eine Belegung wird rekursiv über die Formel-Struktur ausgewertet
- eine Belegung β erfüllt eine Formel f gdw. $\beta(f) = 1$

Semantik der Boole'schen Algebra

- eine *Belegung* β ist eine Abbildung $\beta \colon V \to \{0,1\}$
- eine Belegung wird rekursiv über die Formel-Struktur ausgewertet
- eine Belegung β *erfüllt* eine Formel f gdw. $\beta(f) = 1$

- ▶ eine Formel heißt erfüllbar gdw. es eine erfüllende Belegung gibt (engl. satisfiable ⇒ SAT)
- eine Formel heißt Tautologie gdw. alle Belegungen erfüllend sind
- Formel g wird von Formel f impliziert $(f\Rightarrow g)$ gdw. $f\to g$ Tautologie
- Formeln f und g sind $\ddot{\text{aquivalent}}$ $(f \equiv g)$ gdw. $f \leftrightarrow g$ Tautologie

Basis

- nicht alle Operatoren sind notwendig
- ▶ eine Basis B ist eine funktionale minimale Anzahl von Operatoren
- ► funktional, heißt alle anderen lassen sich damit darstellen

Basis

- nicht alle Operatoren sind notwendig
- ▶ eine Basis B ist eine funktionale minimale Anzahl von Operatoren
- ▶ funktional, heißt alle anderen lassen sich damit darstellen

▶ Beispiel: $x \lor y \equiv \overline{\overline{(x \land x)} \land \overline{(y \land y)}}$ wenn nur NAND vorhanden

- technologisch bedingt ist das NAND sehr beliebt
- \blacktriangleright Software Repräsentation von Schaltkreisen mit $B=\{\neg,\wedge\}$
 - \Rightarrow Signed-And-Graphs

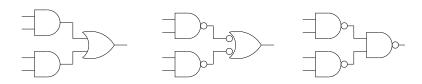
Bezeichnung (Verilog)	Boolesche Logik	Algebraische Schreibweise	Traditionelles Schaltbild	
Disjunktion ()	$x \vee y$	x + y		≥1
Negierte Disjunktion (nicht in Verilog)	$\neg(x\vee y)$	$\overline{x+y}$		≥1 0-
Konjunktion $(\&\&)$	$x \wedge y$	$x \cdot y$ (oder $x.y, xy, \ldots$)		&
Negierte Konjunktion (nicht in Verilog)	$\neg(x \land y)$	$\overline{x \cdot y}$		& >-

	eichnung 'erilog)	Boolesche Logik	Algebraische Schreibweise	Traditionelles Schaltbild	
Exklı	usiv-Oder (^)	$x\not\leftrightarrow y$ (oder $x\neq y$)	$x \oplus y$	<u> </u>	=1
•	uivalenz (==)	$x \leftrightarrow y$ (oder $x = y$)	$\overline{x \oplus y}$	***************************************	=10-
	olikation in Verilog)	$x \to y$		-9>-	≥1
Ne	egation (!)	$\neg x$	\overline{x} (oder x')	>-	1 >-

Einfache Rechenregeln der Booleschen Algebra

	Konjunktive Formulierung	Disjunktive Formulierung
Kommutativität	$x \wedge y \equiv y \wedge x$	$x\vee y\equiv y\vee x$
Assoziativität	$x \wedge (y \wedge z) \equiv (x \wedge y) \wedge z$	$x \vee (y \vee z) \equiv (x \vee y) \vee z$
Distributivität	$x \wedge (y \vee z) \equiv (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$	$x \vee (y \wedge z) \equiv (x \vee y) \wedge (x \vee z)$
De'Morgan	$\neg(x \land y) \equiv \neg x \lor \neg y$	$\neg(x\vee y)\equiv \neg x \ \land \ \neg y$
Idempotenz	$x \wedge x \equiv x$	$x\vee x\equiv x$
Controlling Value	$x \wedge 0 \equiv 0$	$x\vee 1\equiv 1$
Neutraler Wert	$x \wedge 1 \equiv x$	$x\vee 0\equiv x$
Ooppelte Negation	$\neg(\neg x)$	$) \equiv x$

De'Morgan in Action



Und-Oder Schaltung lässt sich einfach als NAND-Schaltung darstellen!

Komplexe Rechenregeln – Teil I

Shannonsches Expansionstheorem (Fallunterscheidung)

$$e \equiv x \wedge e[1/x] \vee \neg x \wedge e[0/x]$$

mit

- ▶ e, f Boolesche Ausdrücke,
- x Variable,
- e[f/x] Substitution von x durch f in e.

Beispiel: (zwei Darstellungen für Exklusiv-Oder)

$$\begin{array}{c|cccc} \hline (x \lor y) \land (\neg x \lor \neg y) \\ \hline \equiv & x \land (1 \lor y) \land (\neg 1 \lor \neg y) & \lor & \neg x \land (0 \lor y) \land (\neg 0 \lor \neg y) \\ \hline \equiv & x \land 1 \land (0 \lor \neg y) & \lor & \neg x \land y \land (1 \lor \neg y) \\ \hline \equiv & x \land 1 \land \neg y & \lor & \neg x \land y \land 1 \\ \hline \equiv & \hline x \land \neg y \lor \neg x \land y \\ \hline \end{array}$$

Algebraische Schreibweise: (= statt \equiv ist auch erlaubt)

$$(x+y)\cdot(\overline{x}+\overline{y}) \equiv x\cdot\overline{y}+\overline{x}\cdot y$$

Komplexe Rechenregeln – Teil II

Abschwächung $x \cdot y \equiv x$, falls $x \Rightarrow y$ (y schwächer als x).

Komplexe Rechenregeln – Teil II

Abschwächung $x \cdot y \equiv x$, falls $x \Rightarrow y$ (y schwächer als x).

Verstärkung $x + y \equiv x$, falls $y \Rightarrow x$ (y stärker als x).

Komplexe Rechenregeln – Teil II

Abschwächung $x \cdot y \equiv x$, falls $x \Rightarrow y$ (y schwächer als x).

Verstärkung $x + y \equiv x$, falls $y \Rightarrow x$ (y stärker als x).

Konsensus (Fallunterscheidung und Abschwächung)

$$\boxed{x \cdot y \ + \ \overline{x} \cdot z} \ + \ \boxed{y \cdot z} \equiv x \cdot y \ + \ \overline{x} \cdot z$$

Intuition: If-Then-Else schwächer als Konjunktion von Then und Else.

Beweis Konsensus-Regel mit Funktionstabelle

x	y	z	$x \cdot y + \overline{x} \cdot z$	$x \cdot y + \overline{x} \cdot z + y \cdot z$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

✗ Mühsam für viele Variablen (exponentielle Laufzeit)!

Regelbasierter Beweis Konsensus-Regel

$$\begin{array}{lll} (x \cdot y \ + \ \overline{x} \cdot z \ + \ y \cdot z)[0/x] & \equiv & 0 \cdot y \ + \ \overline{0} \cdot z \ + \ y \cdot z & \text{Substitution} \\ & \equiv & 0 \ + \ 1 \cdot z \ + \ y \cdot z & \text{Controlling Value} \cdot \\ & \equiv & 0 \ + \ z \ + \ y \cdot z & \text{Non-Controlling Value} \cdot \\ & \equiv & z \ + \ y \cdot z & \text{Non-Controlling Value} + \\ & \equiv & 1 \cdot z \ + \ y \cdot z & \text{Non-Controlling Value} \cdot \\ & \equiv & (1 + y) \cdot z & \text{Distributivit\"{a}t} \cdot \\ & \equiv & z & \text{Controlling Value} + \\ \end{array}$$

Regelbasierter Beweis Konsensus-Regel

$$\begin{array}{lll} (x \cdot y \ + \ \overline{x} \cdot z \ + \ y \cdot z)[0/x] & \equiv & 0 \cdot y \ + \ \overline{0} \cdot z \ + \ y \cdot z & \text{Substitution} \\ & \equiv & 0 \ + \ 1 \cdot z \ + \ y \cdot z & \text{Controlling Value} \cdot \\ & \equiv & 0 \ + \ z \ + \ y \cdot z & \text{Non-Controlling Value} \cdot \\ & \equiv & z \ + \ y \cdot z & \text{Non-Controlling Value} \cdot \\ & \equiv & 1 \cdot z \ + \ y \cdot z & \text{Non-Controlling Value} \cdot \\ & \equiv & (1 + y) \cdot z & \text{Distributivit\"{a}t} \cdot \\ & \equiv & z & \text{Controlling Value} + \\ \end{array}$$

Analog erhält man
$$(x \cdot y + \overline{x} \cdot z + y \cdot z)[1/x] \equiv y$$

Regelbasierter Beweis Konsensus-Regel

$$\begin{array}{llll} (x \cdot y \, + \, \overline{x} \cdot z \, + \, y \cdot z)[0/x] & \equiv & 0 \cdot y \, + \, \overline{0} \cdot z \, + \, y \cdot z & \text{Substitution} \\ & \equiv & 0 \, + \, 1 \cdot z \, + \, y \cdot z & \text{Controlling Value} \cdot \\ & \equiv & 0 \, + \, z \, + \, y \cdot z & \text{Non-Controlling Value} \cdot \\ & \equiv & z \, + \, y \cdot z & \text{Non-Controlling Value} + \\ & \equiv & 1 \cdot z \, + \, y \cdot z & \text{Non-Controlling Value} \cdot \\ & \equiv & (1 + y) \cdot z & \text{Distributivit\"{a}t} \cdot \end{array}$$

Analog erhält man
$$(x \cdot y + \overline{x} \cdot z + y \cdot z)[1/x] \equiv y$$

Mit Shannonschem Expansionstheorem:

$$\begin{array}{rcl} x \cdot y \ + \ \overline{x} \cdot z \ + \ y \cdot z & \equiv & x \cdot (x \cdot y \ + \ \overline{x} \cdot z \ + \ y \cdot z)[1/x] \ + \\ & \overline{x} \cdot (x \cdot y \ + \ \overline{x} \cdot z \ + \ y \cdot z)[0/x] \end{array}$$

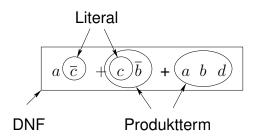
$$\equiv & x \cdot y \ + \ \overline{x} \cdot z$$

 $\equiv z$

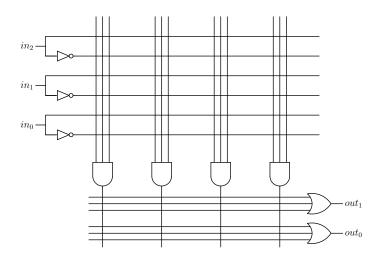
Controlling Value +

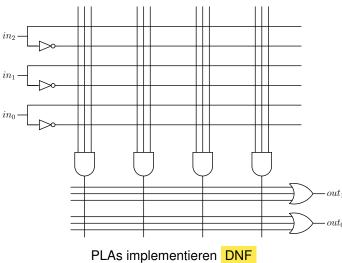
Disjunktive Normalform (DNF)

- gegeben eine feste Menge von Variablen
- ein *Literal* ist eine negierte oder unnegierte Variable, z.B. $x, \overline{x}, a, \overline{z}, \dots$
- lacktriangle ein *Produktterm* ist eine Konjunktion von Literalen, z.B $x\cdot y,\, ar b\cdot c,\, \ldots$
- ▶ ein *Minterm* ist ein maximaler Produktterm (enthält alle Variablen)
- ▶ eine *DNF* ist eine Disjunktion von Produkttermen (wie im Beispiel)



man bezeichnet eine DNF auch als ein *Polynom* die Produktterme heißen dann Monome





Regelbasierte Minimierung

Annahme: Chipgröße in etwa linear in der Größe der Formel

Gegeben: Zu implementierende Funktion f dargestellt als Formel

Gesucht: (möglichst) minimal große Formel g mit $f \equiv g$

Regelbasierte Minimierung

Annahme: Chipgröße in etwa linear in der Größe der Formel

Gegeben: Zu implementierende Funktion f dargestellt als Formel

Gesucht: (möglichst) minimal große Formel g mit $f \equiv g$

Beispiel:

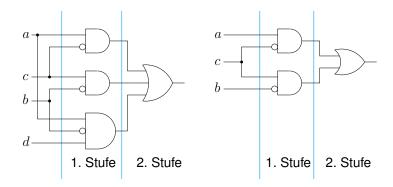
 $a\overline{c}\vee c\overline{b}\vee a\overline{b}d$

Minimierung:

$$a \overline{c} \lor c \overline{b} \lor a \overline{b} d \equiv a \overline{c} \lor c \overline{b} \lor a \overline{b} \lor a \overline{b} d$$
 Konsenus über c

$$\equiv a \overline{c} \lor c \overline{b} \lor a \overline{b}$$
 Verstärkung
$$\equiv a \overline{c} \lor c \overline{b}$$
 Konsensus über c

Zweistufige Logik



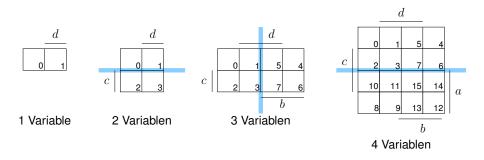
(gleiches Beispiel wie bei der Minimierung)

Karnaugh-Diagramme

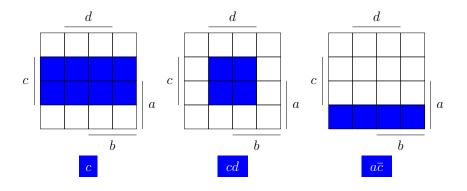
- auch Karnaugh-Veitch-Diagramme, KV-Diagramme, Karnaugh-Maps, etc.
- praktikabel bis zu 5 Variablen
- ▶ 2-Dimensionale Anordnung einer Funktionstabelle
- ▶ benachbarte Zellen unterscheiden sich in einem Bit

$\underline{}$	MinTerm Index	c	d	$c \wedge d$
0 0 1	0	0	0	0
$c \mid \mathbf{0_2} \mathbf{1_3}$	1	0	1	0
	2	1	0	0
2 Variablen	3	1	1	1

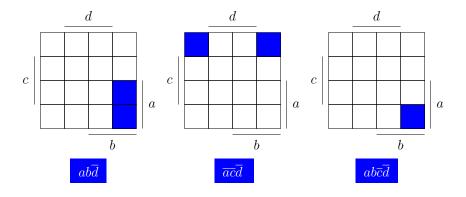
Erzeugung des Gitters von Karnaugh-Diagrammen



Lesen von Karnaugh-Diagrammen – 8
er und 4er Blöcke



Lesen von Karnaugh-Diagrammen – 2
er und 1er Blöcke



Minimierung mit Karnaugh-Diagrammen

- 1 Hinreichend großes Gitternetz erstellen
- 2 Positive Literale markieren
- 3 Zu maximalen Blöcken zusammenfassen
- 4 Minimale Überdeckung ablesen

Zur Übung:

```
http:
//tech-www.informatik.uni-hamburg.de/applets/kvd/
```

Karnaugh-Diagramme - Beispiel

			d			
	0 0	0,	0 5	0 4		
c	1 2	13	0 7	0 6		
	1 ₁₀	1,1	0 ₁₅	0 ₁₄	$\Big \Big _a$	
	1 8	19	1 ₁₃	1 ₁₂		
$\phantom{aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaa$						

Minterm Index	a	b	c	d	$a\overline{c} + c\overline{b} + a\overline{b}d$
0	0	0	0 0	0 1	0
1 2 3 4 5 6 7 8 9	0	0	1	0 1	1
4 5	0	1 1	0 0	0 1	0 0
6 7	0	1 1	1 1	0 1	0 0
8	1	0	0	0	1
9 10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12 13	1	+	0	1	1
14 15	1 1	1 1	1	0 1	0 0

Karnaugh Maps mit Don't Cares

d d d	MinTerm Index	c	d	f
	0	0	0	1
	1	0	1	_
$c \mid \begin{array}{c c} 0_2 & 1_3 \\ \end{array} c \mid \begin{array}{c c} 0_2 & 1_3 \\ \end{array} c \mid \begin{array}{c c} 0_2 & 1_3 \\ \end{array}$	2	1	0	0
$\overline{c}\overline{d} + cd$ $\overline{c} + d$ $\overline{c} + d$	3	1	1	1

Don't Cares "-" können zur Vergrößerung von Blöcken verwendet werden (müssen aber nicht abgedeckt werden)

Implikanten und Primimplikanten

- ein Implikant einer DNF ist ein implizierender Produktterm
 z.B. ein Monom oder der Konsensus zweier Monome
 Block im Karnaugh-Diagramm
- ein Primimplikant ist ein maximaler Implikant
 entspricht maximalen Block, der in keine Richtung erweitert werden kann
- ein Kernimplikant überdeckt einen sonst nicht überdeckten Minterm
- ein redundanter Primimplikant wird von Kernimplikanten überdeckt
 z.B. der Konsens von zwei Primimplikanten

${\bf Abstrakte\ Minimierungsmethode}$

Einfache Konsensusregel

$$x \cdot y + \overline{x} \cdot y \equiv y$$

(Beweis im Buch)

Auch für mehr als zwei Variablen:

$$\overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d + a \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d \equiv b \cdot \overline{c} \cdot d$$

- 1. Generiere alle Primimplikanten durch einfache Konsensusregel
- 2. Gib Kernimplikanten aus, da in jeder minimalen DNF enthalten
- 3. Entferne redundante Primimplikanten
- 4. Wähle minimale Überdeckung aus restlichen Primimplikanten

Gegeben Funktionstabelle

Minterm Index	a	b	c	d	Funktions- wert	Minterm Index	a	b	c	d	Funktions- wert
0	0	0	0	0	1	8	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	9	1	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1	10	1	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0	11	1	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0	12	1	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1	13	1	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0	14	1	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0	15	1	1	1	1	1

(Achtung: anderes Beispiel als beim Karnaugh-Diagramm)

Quine-McCluskey-Verfahren: Generierung der Primimplikanten

Generierung aller Primimplikanten Schritt 1

Minterm Indizes	a	b	c	d	Anzahl Einsen	Primimplikant
0	0	0	0	0	0	
2	0	0	1	0	1	
8	1	0	0	0	1	
5	0	1	0	1	2	
10	1	0	1	0	2	
12	1	1	0	0	2	
13	1	1	0	1	3	
15	1	1	1	1	4	

(Gruppeneinteilung nach Anzahl Einsen reduziert Konsensusversuche)

Quine-McCluskey-Verfahren: Generierung der Primimplikanten

Generierung aller Primimplikanten Schritt 1

Minterm Indizes	a	b	c	d	Anzahl Einsen	Primimplikant
0	0	0	0	0	0	nein
2	0	0	1	0	1	nein
8	1	0	0	0	1	nein
5	0	1	0	1	2	nein
10	1	0	1	0	2	nein
12	1	1	0	0	2	nein
13	1	1	0	1	3	nein
15	1	1	1	1	4	nein

(Gruppeneinteilung nach Anzahl Einsen reduziert Konsensusversuche)

Minterm Indizes	a	b	c	d	Anzahl Einsen	Primimplikant
0, 2	0	0	_	0	0	
0, 8	-	0	0	0	0	
2,10	_	0	1	0	1	
8,10	1	0	_	0	1	
8,12	1	-	0	0	1	
5,13	_	1	0	1	2	
12,13	1	1	0	-	2	
13,15	1	1	_	1	3	

Minterm Indizes	a	b	c	d	Anzahl Einsen	Primimplikant
0, 2	0	0	_	0	0	nein
0, 8	-	0	0	0	0	nein
2,10	_	0	1	0	1	nein
8,10	1	0	_	0	1	nein
8,12	1	-	0	0	1	ja
5,13	_	1	0	1	2	ja
12,13	1	1	0	-	2	ja
13,15	1	1	_	1	3	ja

Minterm Indizes	a	b	c	d	Anzahl Einsen	Primimplikant
0,2,8,10	_	0	_	0	0	
0,8,2,10	_	0	_	0	0	

Minterm Indizes	a	b	c	d	Anzahl Einsen	Primimplikant
-,-,-,-		-	_	-	0	ja redundant
0,0,2,10	_	U	_	U	U	redundant

Generierung aller Primimplikanten Schritt 3

Minterm Indizes	a	b	c	d	Anzahl Einsen	Primimplikant
0,2,8,10 0,8,2,10					0 0	ja redundant

Alle nicht weiter vereinfachbaren Implikanten sind Primimplikanten:

8,12	5,13	12,13	13,15	0,2,8,10
$a \cdot \overline{c} \cdot \overline{d}$	$b\cdot \overline{c}\cdot d$	$a \cdot b \cdot \overline{c}$	$a \cdot b \cdot d$	$\overline{b}\cdot\overline{d}$

Finde minimale Überdeckung mit Primimplikantentafel

	0	2	5	8	10	12	13	15
8,12				×		×		
5,13			×				×	
12,13						×	×	
13,15							×	×
0,2,8,10	×	×		×	×			

Finde minimale Überdeckung mit Primimplikantentafel

	0	2	5	8	10	12	13	15
8,12				×		×		
5,13			×				×	
12,13						×	×	
13,15							×	×
0,2,8,10	×	×		×	×			

× = Minterme in Primimplikanten

⊗ = Minterme in Kernimplikanten

Minterme überdeckt von Kernimplikanten

Finde minimale Überdeckung mit Primimplikantentafel

	0	2	5	8	10	12	13	15
8,12				×		×		
5,13			8				8	
12,13						×	×	
13,15							8	8
0,2,8,10	8	⊗		8	8			

× = Minterme in Primimplikanten

■ Minterme überdeckt von Kernimplikanten

Minimalpolynom enthält alle Kernprimimplikanten, aber nur entweder 8,12 oder 12,13

Quine-McCluskey-Verfahren: Zusammenfassung

- Alle Wahrheitsbelegungen mit Wahrheitswert 1 aus der Funktionstabelle auswählen
- ② Mit der einfachen Konsensusregel alle Primimplikanten generieren
- ③ Kernimplikanten suchen, redundante Primimplikanten entfernen und Überdeckung aller Primimplikanten bestimmen
- 4 Die Disjunktion der Primimplikanten der Überdeckung ergibt die gewünschte minimierte Formel

Quine-McCluskey mit Don't Cares

Generierung Primimplikanten Schritt 1

MinTerm Index	c	d	f
0	0	0	1
1	0	1	_
2	1	0	0
3	1	1	1

Minterm Indizes	c	d	Anzahl Einsen	Primimplikant
0	0	0	0	
1	0	1	1	
3	1	1	2	

Der Don't Care Minterm 1 wird zunächst normal als Minterm behandelt

Quine-McCluskey mit Don't Cares

Generierung Primimplikanten Schritt 1

MinTerm Index	c	d	f
0	0	0	1
1	0	1	_
2	1	0	0
3	1	1	1

Minterm Indizes	c	d	Anzahl Einsen	Primimplikant
0	0	0	0	nein
1	0	1	1	nein
3	1	1	2	nein

Der Don't Care Minterm 1 wird zunächst normal als Minterm behandelt

Generierung Primimplikanten Schritt 2

Minterm Indizes	c	d	Anzahl Einsen	Primimplikant
0,1	0	_	0	ja
1,3	-	1	1	ja

Primimplikanten werden wie gewohnt bestimmt

Quine-McCluskey mit Don't Cares

Minimale Überdeckung mit Primimplikantentafel

	0	1	3
0,1	8		
1,3			⊗

Ignoriere alle Don't Care Spalten!

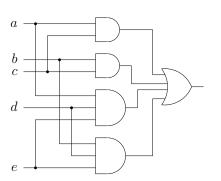
Zusammenfassung zweitstufiger Minimierung

 Quine-McCluskey ist exponentiell in der Anzahl Minterme da exponentiell viele Primimplikanten und Überdeckungsproblem NP-vollständig

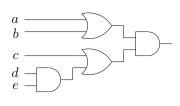
▶ Heuristiken!

Espresso von Berkeley als Standardverfahren: Komplementierung: Berechnung der Negation einer DNF als DNF Expansion: Erweitern von Implikanten zu Primimplikanten Reduktion: Entfernen von redundanten Primimplikanten Wiederholung: solange Kosten (z.B. Anzahl Gatter) sich verringern

Kürzere Schaltzeit



Weniger Gatter



Beide Schaltkreise sind äquivalent!

Minimierung Mehrstufige Logik

► Faktorisieren:

$$a \cdot c + a \cdot d \cdot e + b \cdot c + b \cdot d \cdot e$$
 hat mehr Gatter als $(a + b) \cdot (c + d \cdot e)$

führt zu mehrstufiger Logik (multi-level logic)

► Tradeoff zwischen Laufzeit und Platz (siehe später Addierer)

- keine exakten Verfahren vorhanden!
- ► SIS Synthese Werkzeug
 http://www-cad.eecs.berkeley.edu

Verilog

Sprache zur Beschreibung von Schaltungen

► Übersetzung in Schaltung: Synthese

Verilog

- Sprache zur Beschreibung von Schaltungen
- ▶ Übersetzung in Schaltung: Synthese
- Mehrere Stufen:
 - 1. Netzliste (Graph aus Gattern)
 - 2. Größendimensionierung der Gatter
 - 3. Gatter werden platziert und verdrahtet (place and route)
- Vor nicht allzu langer Zeit: CAD Zeichnungen einzelner Transistoren!

Verilog Module

► Verilog Modelle bestehen aus mehreren *Modulen*

jedes Modul hat ein Interface, das die Inputs und Outputs definiert

Einfaches Beispiel

5

```
module main(input clk, schalter, output lampe);

wire x;
assign x=!schalter;
assign lampe=x;
endmodule
```

- Verbindungsmöglichkeiten werden in der Klammer beschrieben (Semikolon nach der Klammer nicht vergessen)
- Rumpf des Moduls enthält Implementierung

Fortsetzung zum einfachen Beispiel

 input Eingang, output Ausgang, inout bidirektionale Ports

▶ wire generiert ein "Kabel"

mit assign x=!schalter; wird x das Resultat von
!schalter zugewiesen (assigned)

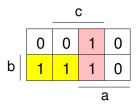
▶ ! ist ¬ (wie C/C++, Java, ...)

Bezeichner, Spaces und Kommentare

- Verilog unterscheidet Groß- und Kleinschreibung (wie C, JAVA)
- ► Bezeichner bestehen aus Buchstaben, Zahlen und _ (underscore)
- ► Escape-Mechanismus: \\\$ein+fancy\\$Bezeichner
- zeilenweise Kommentare beginnen mit Prefix // ähnlich den // Kommentaren in C++
- ▶ Mehrfachzeilen-Kommentare mit /* ... */ wie in C
- Spaces, Zeilenumschaltung, Tabulator trennen Tokens
- Semikolon definiert das Ende von Befehlen

Kombinatorische Schaltungen in Verilog

а	b	С	Z
0 0 0 0 1 1 1	0 0 1 1 0 0	0 1 0 1 0 1	0 0 1 1 0 1



module combinational_function(**input** a, b, c, **output** z);

assign
$$z = (!a \&\& b) || (a \&\& c);$$

5 endmodule

Netz listen-Implementierung

 $\begin{tabular}{ll} \textbf{module} & combinational_function(input a, b, c, output z); \\ \end{tabular}$

assign
$$z = (!a \&\& b) || (a \&\& c);$$

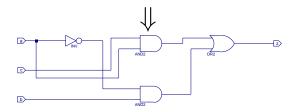
5 endmodule

Netzlisten-Implementierung

module combinational_function(input a, b, c, output z);

assign
$$z = (!a \&\& b) || (a \&\& c);$$

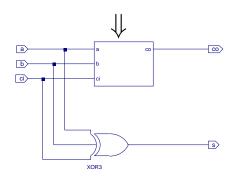
5 endmodule



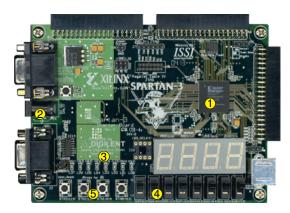
- Synthese des Verilog Codes mit Xilinx ISE generiert strukturelle Netzliste
- Noch nicht technologieabhängig

Netzlisten-Implementierung

```
\label{eq:module} \begin{array}{lll} \textbf{module} \ add \ (\textbf{input} \ a, \ b, \ ci, \ \ \textbf{output} \ s, \ co); \\ \textbf{assign} \ s = a \ b \ ci; \\ \textbf{assign} \ co = (a \ \&\& \ b) \ || \ (b \ \&\& \ ci) \ || \ (a \ \&\& \ ci); \\ \textbf{endmodule} \end{array}
```



Kombinatorisches mit dem FPGA-Board (I)



- 1 FPGA von Xilinx
- 2 Stromversorgung

- 3 Leuchtdioden (LEDs)
- 4 Schiebeschalter

5 Taster

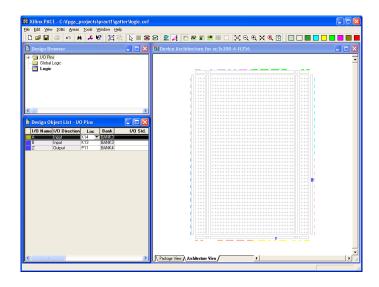
Kombinatorisches mit dem FPGA-Board (II)

 Der Prozess 'Assign Package Pins' weist einem Input/Output ein 'Beinchen' des FPGAs zu

▶ Die 'Beinchen' sind fest mit den LEDs, Tastern/Schaltern verbunden

ightarrow siehe erste Rechnerübung

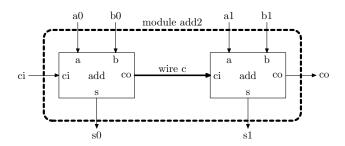
Kombinatorisches mit dem FPGA-Board (III)



Modulhierarchie

Module können zu größeren Modulen kombiniert werden:

```
module add2 (input a0, b0, a1, b1, ci,
output s0, s1, co);
wire c;
add A1(a0, b0, ci, s0, c);
add A2(a1, b1, c, s1, co);
endmodule
```



Es gibt eine Alternative zu wire und assign:

```
module also_comb(input a, b, ci, output s, co);
reg s, co;

always @(a, b, ci) begin
    s = a ^ b ^ ci;
    co = (a && b) || (b && ci) || (a && ci);
end

endmodule
```

Ählich wie sequentielle Programmierspache, aber kombinatorisch!

```
module ifthen_example(input a, b, c, output x);
```

```
s always @(a, b, c) begin
x=0;
if (a || b || c) x=1;
end
```

10 endmodule

reg x;

Achtung!



- Mehrfachzuweisungen möglich
- Jedes Ausgangssignal muss auf allen Pfaden zugewiesen werden!
- ▶ Die *Sensitivitätsliste* @ (....) muss vollständig sein!

```
module thing(input [4:0] in1, in2, input s,
                 output reg [4:0] out1);
      integer i;
      reg [4:0] t2, t1;
      always @(in1, in2, s) begin
        i=4;
        while (i >= 0) begin
         t1[i] = s \&\& in1[i];
10
         t2[i] = !s && in2[i];
          i = i - 1:
        end
        out1 = t1 | t2:
     end
15
```

endmodule

Welches Bauteil stellt thing dar?

(Klausur Frühling 2008)